

Chapitre 6

STATISTICA

Probabilité

Calculateur de probabilité

Exemple: Loi normale

Calculateur de probabilités

But:

Je souhaite connaître des probabilités associés à des distributions. Par exemple, quelle est la probabilité d'avoir un étudiant qui a 140 de QI?

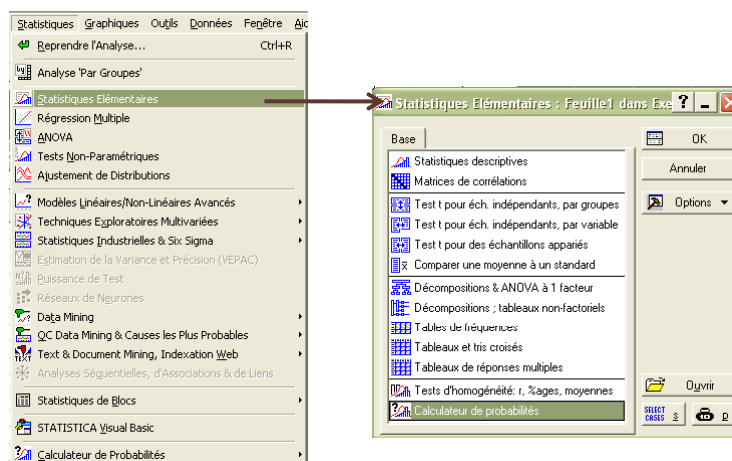
Calculateur de probabilités

A quoi cela sert?

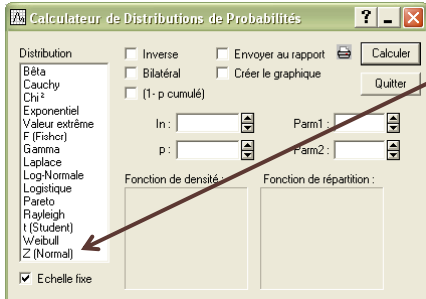
Le calculateur de probabilité vous permet de calculer, pour diverses distributions théoriques et pour divers paramètres (par exemple, F, dl1, dl 2), soit (1) les aires situées sous les extrémités à gauche et à droite, compte tenu d'une valeur donnée (les valeurs de probabilités bilatérales peuvent être calculées pour les distributions symétriques ; par exemple la distribution normale), soit (2) les valeurs critiques, compte tenu d'une valeur de probabilité personnalisée.

NB: Nous nous entraînerons cette année sur la loi normale. Si vous êtes intéressé(e) par d'autres distribution lisez l'aide sur 'calculateur de probabilité'

Stat élémentaires-calculateur de probabilités

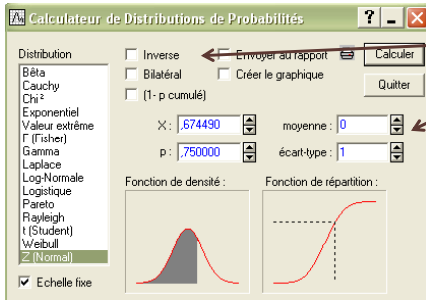


Stat élémentaires-calculateur de probabilités



Choisissez la distribution qui vous intéresse.
Par exemple, la loi normale

Stat élémentaires-calculateur de probabilités



Choisissez la forme de votre sélection !

Manipulez vos paramètres !

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Entraînement:

a) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$
 $x ? ; P(X \geq x) = 0,525$

b) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$,
 $x ? ; P(X < x) = 0,6$

c) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X > x) = 0,2$

d) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X > x) = 0,7$

e) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,9$

f) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,364$

g) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,742$

h) Soit $X \in N(2,5 ; 1)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,7$

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Entraînement:

a) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$
 $x ? ; P(X \geq x) = 0,525$ $x = -0,5188$

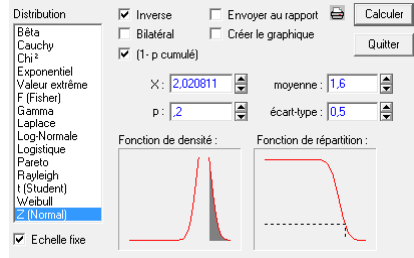
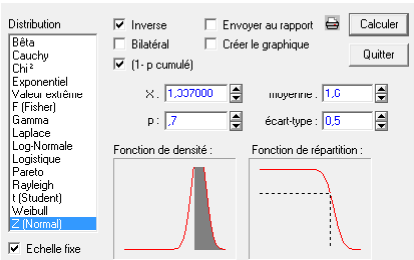
b) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$,
 $x ? ; P(X < x) = 0,6$ $x = 1,72665$

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Entraînement:

c) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X > x) = 0,2$ $x = 2,0208$

d) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X > x) = 0,7$ $x = 1,3378$

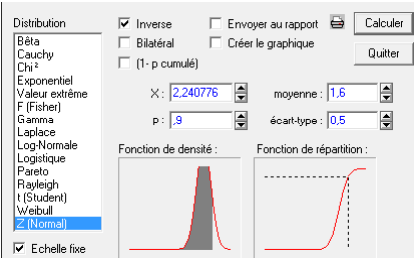
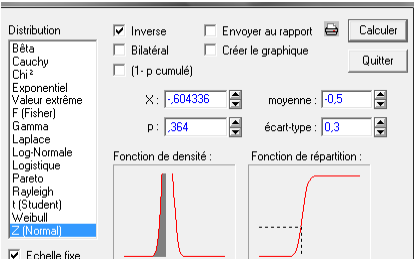



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Entraînement:

e) Soit $X \in N(1,6 ; 0,5)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,9$ $x = 2,2408$

f) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$
 $x ? ; P(X < x) = 0,364$ $x = -0,60434$

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Entraînement:

g) Soit $X \in N(-0,5 ; 0,3)$ $x ? ; P(X < x) = 0,742$ $x = -0,30515$ h) Soit $X \in N(2,5 ; 1)$ $x ? ; P(X < x) = 0,7$ $x = 3,0244$

The screenshot shows the Statistica probability calculator interface. It is divided into two sections, one for each calculation.

Top Section (Calculation g):

- Distribution:** Normal (selected)
- Parameters:** X: -0,305143, moyenne: -0,5, p: 0,742, écart-type: 0,3
- Options:** Inverse (checked), Bilatéral (unchecked), (1-p cumulé) (unchecked)
- Graphs:** Fonction de densité (Density function) and Fonction de répartition (Cumulative distribution function) are displayed.

Bottom Section (Calculation h):

- Distribution:** Normal (selected)
- Parameters:** X: 3,024401, moyenne: 2,5, p: 0,7, écart-type: 1
- Options:** Inverse (checked), Bilatéral (unchecked), (1-p cumulé) (unchecked)
- Graphs:** Fonction de densité (Density function) and Fonction de répartition (Cumulative distribution function) are displayed.

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

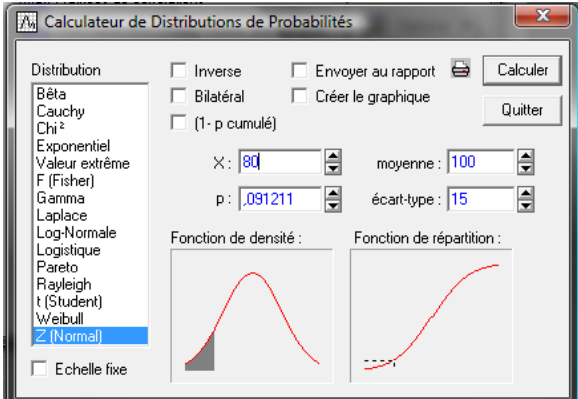
Exercice 1:

En 1955, Wechler a proposé de mesurer le QI (Quotient Intellectuel) des adultes grâce à deux échelles permettant de mesurer les compétences verbales et les compétences non verbales. On compare le score global de la personne testée avec la distribution des scores obtenu par un échantillon représentatif de la population d'un âge donné, dont les performances suivent une loi normale ayant pour moyenne 100 et pour écart-type 15.

- 1/ Quel est le pourcentage de personnes dont le QI est inférieur à 80?
- 2/ Quelle chance a-t-on d'obtenir un QI compris entre 100 et 110 ?
un QI compris entre 90 et 100 ?
un QI compris entre 105 et 110 ?
- 3/ Un patient obtenant un score de 69 fait-il partie des 5% inférieur de la distribution ?
- 4/ En dessous de quel QI se trouve le tiers des individus ?
- 5/ Quel QI minimum faut-il obtenir pour faire partie des 5% d'individus les plus performants ?

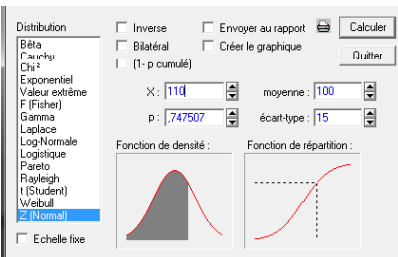
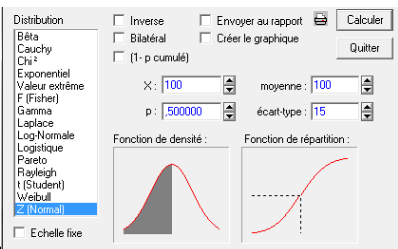
Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:
 1/ 9.1 % de cette population a moins de 80 de QI



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:
 2/ 24.75% de la population a un QI compris entre 100 et 110

Ici, la probabilité renvoyée est celle pour les QI inférieur à 110, sachant que la probabilité pour les QI inférieurs à 100 est de 0,5 (rappelons que 100 est la moyenne) alors la probabilité des QI entre 100 et 110 est de $0,7475 - 0,5 = 0,2475 = 24,75\%$

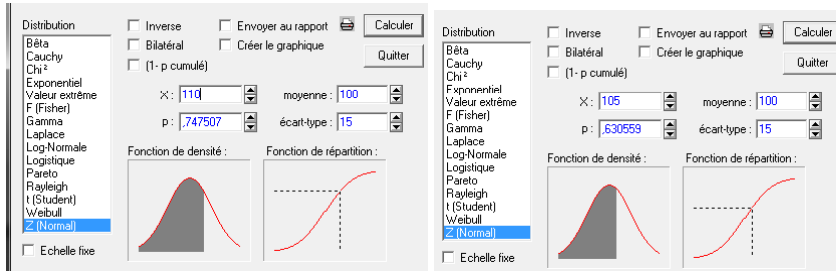
24.75% de la population a un QI compris entre 90 et 100
 Car l'écart entre 90-100 et 100-110 est le même (la courbe de gauss est symétrique)

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:

2/ 11.7 % de la population a un QI compris entre 105 et 110

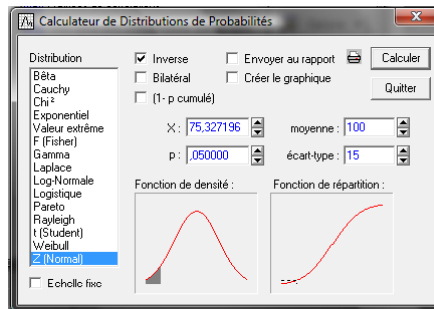
$$\begin{aligned} \text{Proba} (105 < X < 110) &= \text{Proba}(X < 110) - \text{Proba}(X < 105) \\ &= 0,7475 - 0,6305 \\ &= 0,117 \end{aligned}$$



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:

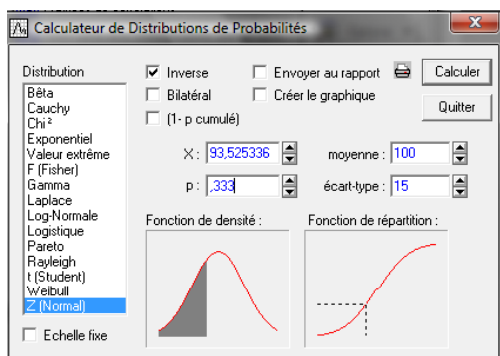
3/ 69 < 75.33 donc un QI de 69 signifie que l'on appartient au 5% inférieur de cette population



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:

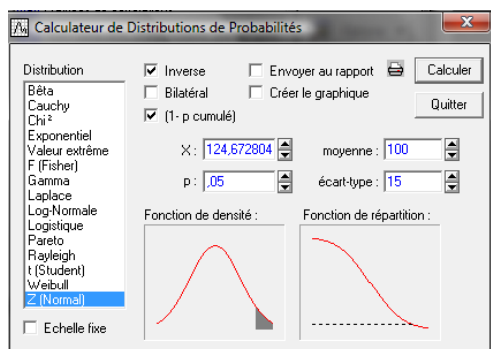
4/ le tiers inférieur de cette population a un QI maximum de 93



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 1:

5/ le QI minimum des 5% supérieur de cette population est de 124.



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Exercice 2:

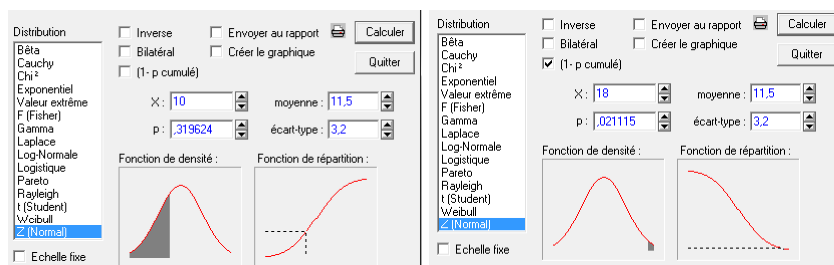
Un chercheur a étudié l'âge moyen auquel les premiers mots du vocabulaire apparaissent chez les jeunes enfants. Une étude effectuée auprès d'un millier de jeunes enfants montre que les premiers mots apparaissent, en moyenne, à 11,5 mois avec un écart-type de 3,2 mois. La distribution des âges étant normale, on souhaite

- évaluer la proportion d'enfants ayant acquis leurs premiers mots avant 10 mois
- évaluer la proportion d'enfants ayant acquis leurs premiers mots après 18 mois
- évaluer la proportion d'enfants ayant acquis leurs premiers mots entre 8 mois et 12 mois.

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 2:

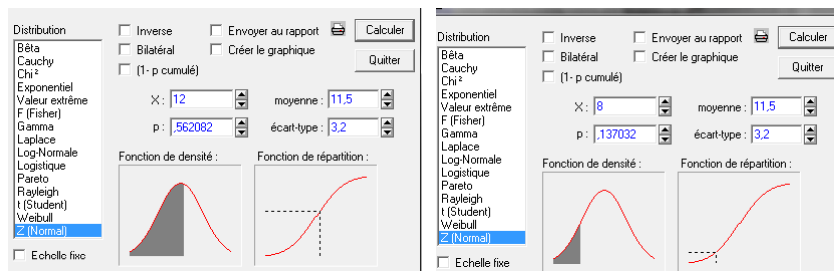
- 31,96% des enfants acquièrent leur premier mot avant 10 mois
- 2,12% des enfants acquièrent leur premier mot après 18 mois



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 2:

- 42,5% (0,562-0,137) des enfants acquièrent leur premier mot entre 8 et 12 mois



Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Exercice 3:

Une enquête est effectuée auprès de familles de 4 personnes afin de connaître leur achat de lait en 1 mois. Sur l'ensemble des personnes interrogées, la consommation de ce produit forme une population gaussienne avec une moyenne de 20L et un écart-type de 6.

En vue d'une conception d'une campagne de pub, on souhaite connaître le pourcentage des faibles consommateurs (c'est-à-dire moins de 10 L/mois) et le pourcentage des grands consommateurs (c'est-à-dire plus de 30 L/mois).

Questions :

1. Calculer ces 2 pourcentages
2. Au-dessous de quel nombre de litres achetés se trouvent 75% des consommateurs?
3. Combien de litres au maximum consomme la moitié des consommateurs?
4. Au-dessus de quelle consommation se trouve 1/3 de la population ? et 2/3 de la population ?

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 3:Questions :

- Calculer ces 2 pourcentages
- Au-dessous de quel nombre de litres achetés se trouvent 75% des consommateurs?
- Combien de litres au maximum consomme la moitié des consommateurs?
- Au-dessus de quelle consommation se trouve 1/3 de la population ? et 2/3 de la population ?

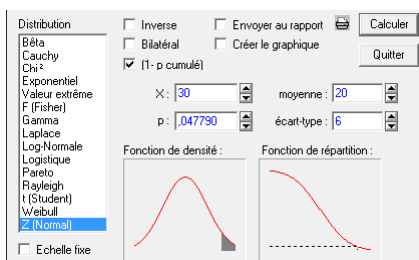
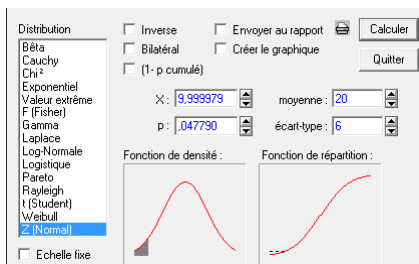
Réponses :

- 4.75% de la population peuvent être considérés comme faibles consommateurs.
- 4.75% de la population peuvent être considérés comme grands consommateurs.
- 75% des consommateurs se trouvent au-dessous de 24L achetés.
- La moitié des consommateurs consomme 20L maximum par mois.
- 33% des consommateurs se trouvent au-dessus de 22L achetés.
- 67% des consommateurs se trouvent au-dessus de 17L achetés.

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 3: détail

1.




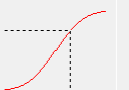
Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 3: détail

2.

Distribution Inverse Envoyer au rapport
 Bilatéral Créer le graphique
 (1- p cumulé)

X: [24.046939] moyenne: [20]
 p: [.75] écart-type: [6]

Fonction de densité:  Fonction de répartition: 

Echelle fixe

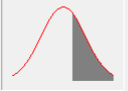
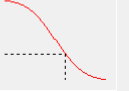
Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 3: détail

3.

Distribution Inverse Envoyer au rapport
 Bilatéral Créer le graphique
 (1- p cumulé)


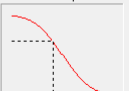
X: [22.639479] moyenne: [20]
 p: [.33] écart-type: [6]

Fonction de densité:  Fonction de répartition: 

Echelle fixe

Distribution Inverse Envoyer au rapport
 Bilatéral Créer le graphique
 (1- p cumulé)

X: [17.360521] moyenne: [20]
 p: [.670000] écart-type: [6]

Fonction de densité:  Fonction de répartition: 

Echelle fixe

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Exercice 4:

A l'issue des épreuves de vocabulaire que subissent, à la rentrée, tous les élèves de 6^{ème}, on a obtenu une moyenne de 42,34 points (sur 60) assortie d'un écart-type de 18,22. Les scores se répartissent normalement (i. e. selon une loi normale).

quelle proportion d'élèves ont une note inférieure à 30 ?

quelle proportion d'élèves ont une note supérieure à 50 ?

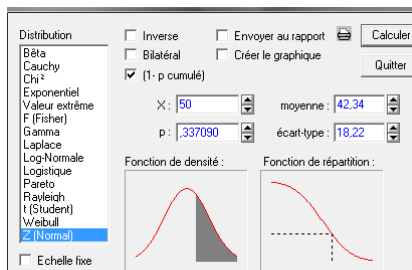
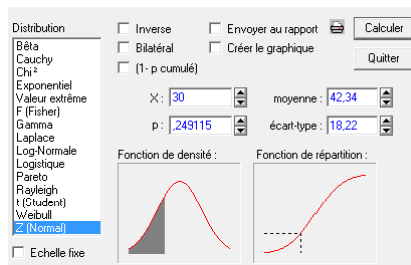
au-dessus de quelle note se situent 80 % des élèves. Et 30 % ?

Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 4:Réponses :

•24,91% des élèves ont une note inférieure à 30 sur 60.

•33,70% de élèves ont une note supérieure à 50 sur 60.

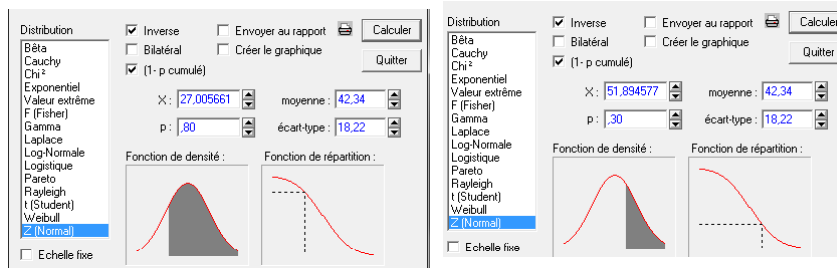


Stat élémentaires- calculateur de probabilités

Correction Exercice 4:

Réponses :

- 80% des élèves ont une note supérieure à 27 sur 60
- 30% des élèves ont une note supérieure à 51,89 sur 60



Calculateur de probabilité-Acquis

Ce que vous devez savoir faire à l'issu de ce chapitre pour les calculs de probabilité:

- Trouver la probabilité associés à une répartition de la variable
- Trouver la valeur de la variable pour une densité de probabilité donnée
- Utiliser la fonction bilatérale
- Utiliser la fonction (1- p cumulé)
- Tracer les fonctions gaussienne
- Connaître l'intérêt et les propriétés de la loi normale***